

LABORATORIO DI TRATTAMENTO NUMERICO DEI DATI SPERIMENTALI

COGNOME _____ NOME _____

MATR _____ FIRMA _____

Si svolga l'esercizio seguente nel progetto del team replit relativo a questo appello. Il progetto è già configurato per permettervi di svolgere l'esercizio. Al termine dell'esame dovrete semplicemente fare un "submit". Il progetto deve contenere il necessario per poter essere compilato ed eseguito.

Si consideri l'integrale:

$$\int_0^{\sqrt{e}} f(x) dx = \int_0^{\sqrt{e}} x^3 \log(\sqrt{e+x^2}) dx$$

- 1) Si stimi il valore di questo integrale con il metodo del punto medio ("midpoint"). Sapendo che il valore vero dell'integrale è $\frac{3}{16}e^2$ costruire una tabella o un grafico in cui si mostra l'andamento dell'errore per un numero di punti che va da 2 a 1024 in potenze di 2.
- 2) Assumendo che l'errore scali con una legge del tipo $err = k_1 h^{k_2}$ dove h è la dimensione del passo di integrazione, stimare i valori dei coefficienti k_1 e k_2 .
- 3) A partire dal metodo del punto medio si aggiunga un nuovo metodo di integrazione ("midright") che invece di considerare il valore della funzione nel punto medio di un intervallo, la valuti nell'estremo di destra. Si stimi il valore del medesimo integrale con il nuovo metodo di integrazione. Come nel caso precedente sapendo che il valore vero dell'integrale è $\frac{3}{16}e^2$ costruire una tabella o un grafico in cui si mostra l'andamento dell'errore per un numero di punti che va da 2 a 1024 in potenze di 2.
- 4) Assumendo che l'errore scali con una legge del tipo $err = k_1 h^{k_2}$ dove h e' la dimensione del passo di integrazione, stimare i valori dei coefficienti k_1 e k_2 .
- 5) Stimare l'errore nel calcolo del medesimo integrale utilizzando il metodo della media con un numero di estrazioni pari a 16 ripetendo il calcolo un migliaio di volte.
- 6) Quanti punti sarebbero necessari per ottenere con il metodo della media la stessa precisione che si ottiene con il metodo del "midpoint" tradizionale a 16 punti?
- 7) Si consideri ora il seguente integrale:

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

Si provi a calcolarne il valore utilizzando uno dei due metodi ("midpoint" o "midright") indicati sopra: quale usereste? Quanto vale il coefficiente k_2 in questo caso ?

Integrale vero = 1.38545

Punto 1)

stima con midpoint (512) = 1.38544

```
=====
Using midpoint
=====
```

2	0.824361	0.227722
4	0.41218	0.058116
8	0.20609	0.0145996
16	0.103045	0.00365426
32	0.0515225	0.000913836
64	0.0257613	0.000228476
128	0.0128806	5.71201e-05
256	0.00644032	1.42801e-05
512	0.00322016	3.57003e-06
1024	0.00161008	8.92507e-07

Punto 2)

midpoint ==> err = 0.341723 * h ^1.99884

Punto 3)

stima con midright (512) = 1.39156

```
=====
Using midright
=====
```

2	0.824361	2.02468
4	0.41218	0.898477
8	0.20609	0.42018
16	0.103045	0.20279
32	0.0515225	0.0995681
64	0.0257613	0.0493271
128	0.0128806	0.0245493
256	0.00644032	0.0122461
512	0.00322016	0.00611591
1024	0.00161008	0.00305617

Punto 4)

midright ==> err = 2.22856 * h ^1.02495

Punto 5)

Integrale con media a n = 16 punti = 1.37769 errore = > 0.415906

Punto 6)

Sono necessari ~207258 punti per avere una precisione = 0.00365426

Punto 7)

Integrale vero = 1.5708

stima con midpoint (512) = 1.55189 stima con midright (512) = inf

```
=====
Using Midpoint
=====
```

2	1	0.29847
4	0.5	0.212486
8	0.25	0.150743
16	0.125	0.106763
32	0.0625	0.0755527
64	0.03125	0.0534449
128	0.015625	0.0377987
256	0.0078125	0.0267304
512	0.00390625	0.0189022
1024	0.00195312	0.0133662

Midpoint ==> err = 0.300259 * h ^0.498839