

LABORATORIO DI TRATTAMENTO NUMERICO DEI DATI SPERIMENTALI

COGNOME _____ NOME _____

MATR _____ FIRMA _____

Si svolga l'esercizio seguente nel progetto del team replit relativo a questo appello. Il progetto è già configurato per permettervi di svolgere l'esercizio. Al termine dell'esame dovrete semplicemente fare un "submit". Il progetto deve contenere il necessario per poter essere compilato ed eseguito.

Si consideri l'equazione differenziale dell'oscillatore armonico smorzato:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ -\omega_0^2 x - \alpha v_x \end{pmatrix}$$

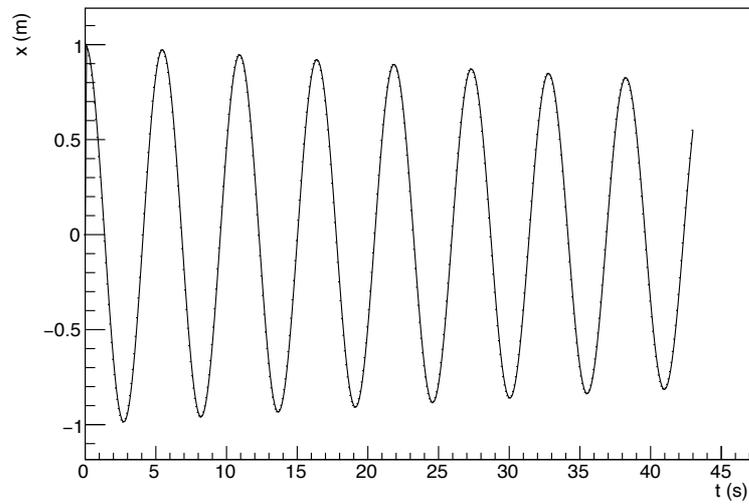
con $\omega_0 = 1.15 \text{ s}^{-1}$ e $\alpha = 0.01 \text{ s}$.

Per le condizioni iniziali $x(t=0) = x_0 = 1 \text{ m}$ e $v(t=0) = v_{0x} = 0 \text{ m/s}$:

1. integrare l'equazione differenziale con il metodo di Runge-Kutta e determinare la posizione x del sistema all'istante $t = 43 \text{ s}$. Si utilizzi un passo h di integrazione opportuno.
2. Stimare l'errore che si commette nella determinazione della posizione $x(t=43\text{s})$ del sistema quando si integra con il passo di integrazione utilizzato in 1).
3. Quale valore del passo di integrazione garantisce un errore sulla posizione $x(t=43\text{s})$ del sistema pari a $50 \mu\text{m}$?
4. Ripetere 10000 volte la medesima integrazione assumendo un errore gaussiano sulla velocità iniziale v_0 con $\sigma = 3 \text{ mm/s}$ e calcolare la deviazione standard della distribuzione dei valori della posizione x ($t=43 \text{ s}$) [Attenzione alle unità di misura!]. Si utilizzi il passo stimato nel punto 3) in modo che l'errore sulla posizione a $t=43$ introdotto dall'algoritmo di integrazione sia inferiore a $50 \mu\text{m}$
5. Ripetere il punto 4) utilizzando come valori di precisione sulla misura della velocità iniziale 3, 5, 8, 12, 15 mm/s e costruire una tabella o un grafico della dipendenza della deviazione standard della distribuzione della posizione dopo 43 s in funzione della precisione sulla conoscenza della velocità iniziale.

Punto 1)

Posizione finale con passo 0.1 t = 43 x = 0.550024



Punto 2)

Posizione finale con passo 0.05 t = 43 x = 0.550067
 Errore commesso con passo h = 0.1 ==>> 3.99607e-05

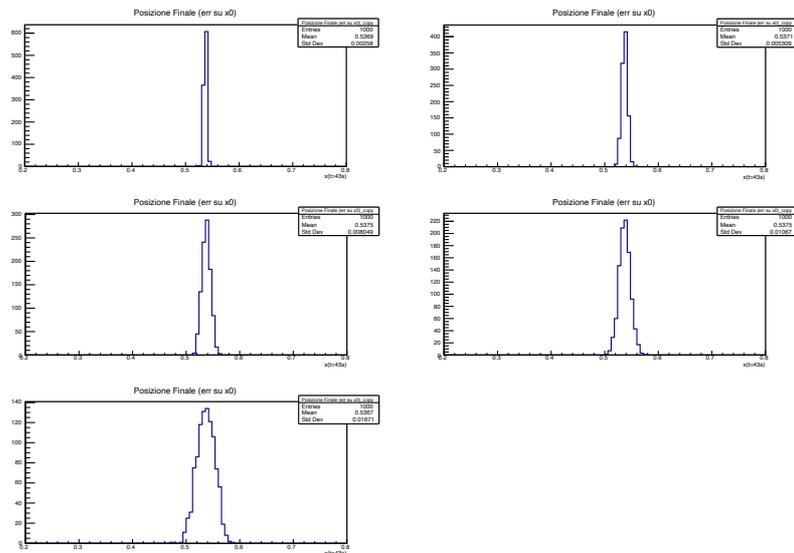
Punto 3)

Passo per ottenere un errore 5e-05 ==>> 0.10407

Punto 4)

Con un errore 0.003 m/s su v0 ottengo un errore di 1.5 mm

Punto 5)



- $\sigma_{v0} = 0.003 \text{ m/s} \Rightarrow \sigma_x(t=43) = 0.00156504 \text{ m}$
- $\sigma_{v0} = 0.005 \text{ m/s} \Rightarrow \sigma_x(t=43) = 0.00259594 \text{ m}$
- $\sigma_{v0} = 0.008 \text{ m/s} \Rightarrow \sigma_x(t=43) = 0.00411486 \text{ m}$
- $\sigma_{v0} = 0.012 \text{ m/s} \Rightarrow \sigma_x(t=43) = 0.00632091 \text{ m}$
- $\sigma_{v0} = 0.015 \text{ m/s} \Rightarrow \sigma_x(t=43) = 0.00784056 \text{ m}$

